

# ZUSAMMENFASSUNG MATHEMATIK LK1

FRÜHJAHR 2006 – KURSARBEIT AM 17.03.2006: FOLGEN

Endgültige Fassung 3 (16.03.2006)

## I. GEOMETRISCHE REIHEN (SUMMEN)

Beispiel:  $\sum_{k=0}^n 3 \cdot 0,9^k = 3 \cdot 0,9^0 + 3 \cdot 0,9^1 + 3 \cdot 0,9^2 + \dots + 3 \cdot 0,9^n$

Allgemeingültige Form einer geometrischen Reihe:  $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

## II. BINOMIALKOEFFIZIENTEN

a) Mathematischer Zusammenhang:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

b) Allgemeiner Binom:  $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^k \cdot b^{n-k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot b^k \cdot a^{n-k}$

c) Zerlegung eines allgemeinen Binoms in sein Bestandteile:

$$(a+b)^4 = \sum_{k=0}^4 \binom{4}{k} \cdot b^k \cdot a^{4-k}$$
$$= \binom{4}{0} b^0 a^4 + \binom{4}{1} b^1 a^3 + \binom{4}{2} b^2 a^2 + \binom{4}{3} b^3 a^1 + \binom{4}{4} b^4 a^0 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

d) Für die Summe aller Binomialkoeffizienten gilt:  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$

e) Für die Summe aller alternierenden Binomialkoeffizienten gilt:  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot (-1)^k = 0$

f) Verkürzte Schreibweise von Binomialkoeffizienten:

$$\binom{n}{i} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-(i-1))}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot i}$$

g) Konkretes Beispiel für Kurzschreibweise von Binomialkoeffizienten:

$$\binom{103}{98} = \binom{103}{5} = \frac{103 \cdot 102 \cdot 101 \cdot 100 \cdot 99}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

## III. INDUKTIONEN

Das Beweismittel der vollständigen Induktion kann z. B. verwendet werden, um die Monotonie rekursiver Folgen nachzuweisen. Sie besteht aus folgenden Bestandteilen:

1. Induktionsverankerung (für  $n = 1$ ) muss zutreffen
2. Induktionsvoraussetzung (für  $n = n$ ) wird für die gesamte Folge vorausgesetzt
3. Induktionsbehauptung: (für  $n \rightarrow n+1$ ) Es wird die Behauptung, die zu beweisen ist, nochmals notiert und gegebenenfalls ergänzt/angepasst
4. Induktionsbeweis: Beweisführung unter Miteinbeziehung der Voraussetzung

# Verschiedene Funktionen

Peter S. Drössler - 16.03.2006 - Maßstab in cm: 1:1

